



**НАЦИОНАЛЬНЫЙ
РАСЧЕТНЫЙ
ДЕПОЗИТАРИЙ**
ГРУППА МОСКОВСКАЯ БИРЖА

Приложение 1
к приказу НКО АО НРД
от «26» января 2021 года № 10

«СОГЛАСОВАНО»
Экспертным советом
Ценового центра НКО АО НРД
(протокол № 29 от «17» декабря 2020 года)

Методика определения стоимости рублевых облигаций

ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

Активный рынок – рынок, на котором сделки с данной облигацией заключаются с достаточной частотой и в достаточном объеме, чтобы обеспечить информацию о ценах на регулярной основе. В Методике под показателем активности рынка понимается наличие достоверных сделок в течение последнего торгового дня, а также наличие рыночной информации в соответствии со значениями управляющих параметров Методики по объему и сроку совершения операций.

Биржевые сделки – сделки, заключенные на Московской Бирже.

Внебиржевые сделки – сделки, заключенные вне централизованных торговых площадок, информация по которым раскрывается на Московскую Биржу в соответствии с Приказом ФСФР РФ от 22.06.2006 № 06-67/пз-н «Об утверждении Положения о предоставлении информации о заключении сделок»¹.

Достоверные сделки – сделки, удовлетворяющие критерию достоверности, описанному в главе 3 Методики.

Международные кредитные рейтинги (международные рейтинги) – рейтинги кредитного качества выпуска облигаций или заемщика, эмитента, гаранта или поручителя по выпуску, присвоенные одной или несколькими компаниями тройки международных рейтинговых агентств (Fitch, Moody's, S&P).

Методика – настоящая Методика определения стоимости рублевых облигаций.

Облигация с простой структурой денежных потоков – облигация, для которой на момент размещения известны все будущие выплаты (в том числе купоны и амортизационные выплаты) до даты погашения, либо даты ближайшего опциона.

Рыночные данные – данные (цены, объемы и т.д.) фактически совершенных биржевых и внебиржевых сделок, котировки, фиксинги².

Справедливая стоимость – ожидаемая цена, которая могла бы быть получена при совершении сделки купли-продажи по облигации на дату оценки в ходе совершения обычной сделки между хорошо осведомленными и независимыми друг от друга участниками рынка.

Индексы облигаций Московской Биржи – индексы наиболее ликвидных государственных, корпоративных или муниципальных облигаций, допущенных к торгам на Московской Бирже.³

¹ На момент согласования Методики данные по внебиржевым сделкам раскрываются на официальном сайте Московской Биржи по адресу <https://www.moex.com/s1619>

² Список используемых источников раскрывается на <https://nsddata.ru/ru/documents> в разделе «Ценовой центр НРД»

³ На момент согласования Методики данные по индексам раскрываются на официальном сайте Московской Биржи по адресу <https://www.moex.com/ru/indices>

1. Общие положения

- 1.1 Методика устанавливает количественный способ определения стоимости облигаций с международными рейтингами и простой структурой денежных потоков. Расчетная цена может использоваться в том числе для целей финансовой отчетности и внутренней переоценки портфеля, а также для оценки стоимости финансовых инструментов, в том числе для облигаций, принимаемых в обеспечение при проведении операций РЕПО, сделок с производными финансовыми инструментами и иных операций. Методика предназначена для оценки обычных купонных и бескупонных облигаций. Методика не предназначена для оценки ипотечных облигаций, секьюритизированных облигаций и облигаций с плавающим купоном (купонная ставка привязана к индексу). Некритическое использование данной Методики может приводить к некорректным, как правило, недооцененным значениям показателей потенциальных потерь портфеля ценных бумаг.
- 1.2 Методика предназначена для оценки облигаций, номинированных и осуществляющих выплаты в рублях, имеющих простую структуру денежных потоков, а также кредитный рейтинг долгосрочной кредитоспособности по международной рейтинговой шкале хотя бы одного из трех ведущих международных рейтинговых агентств⁴.
- 1.3 Для оценки стоимости выпусков со сложной структурой денежных потоков (амортизируемые ипотечные облигации, облигации с привязкой к индексу с плавающей ставкой и проч.) необходимо использовать методы прогнозирования будущих платежей облигаций. Применение таких методов в Методике не предполагается.
- 1.4 Рассчитанная в соответствии с Методикой стоимость облигации призвана с определенным уровнем достоверности определить справедливую стоимость на дату оценки. Под справедливой стоимостью понимается такая стоимость на определенную дату, по которой данную облигацию можно реализовать при совершении сделки между хорошо осведомленными, желающими совершить такую сделку и независимыми друг от друга сторонами (условия эффективного рынка). Определение стоимости облигации производится без учета влияния на нее объема совершаемой контрагентами сделки. Учет влияния ликвидности инструментов на оценку финансовых инструментов является самостоятельной задачей, выходящей за рамки данной Методики. Таким образом, под справедливой стоимостью облигации понимается ее стоимость при совершении сделки характерного для данного выпуска облигаций объема.
- 1.5 Методика основана на принципах, изложенных в Международном стандарте финансовой отчетности МСФО (IFRS) 13, и использует трехуровневую иерархию методов оценки справедливой стоимости в соответствии с уровнями исходных данных. При наличии рыночных данных приоритет отдается наблюдаемым биржевым ценам. В случае отсутствия активного рынка и достоверных сделок в течение дня, оценка стоимости облигации производится на основе модели дисконтирования денежных потоков с учетом рыночной информации по выпускам того же эмитента или отрасли. При отсутствии данных по выпускам эмитента, оценка стоимости производится на основе модели индексного дисконтирования денежных потоков с использованием данных по сектору рынка или индексов Московской Биржи.
- 1.6 Термины и определения, не установленные в Методике, применяются в значениях, установленных внутренними документами НКО АО НРД, документами, регламентирующими порядок проведения торгов и расчета информационных показателей ПАО Московская биржа,

⁴ Используются рейтинги "Standard & Poor's", "Fitch Ratings" либо "Moody's Investors Service", присвоенные эмиссии, эмитенту или юридическому лицу, поручительством или гарантией которого полностью обеспечено исполнение обязательств оцениваемой облигации

нормативными актами Банка России, нормативными правовыми актами, законодательством Российской Федерации.

- 1.7 Методика, а также все изменения и дополнения Методики утверждаются Председателем Правления НКО АО НРД при согласовании с Экспертным советом Ценового центра НРД и вступают в силу с даты, определяемой решением Председателя Правления НКО АО НРД.
- 1.8 Информация об утверждении и вступлении в силу Методики, а также изменений и дополнений в нее раскрывается на сайте НКО АО НРД не позднее, чем за 10 (десять) рабочих дней до даты вступления их в силу.

2. Порядок оценки стоимости облигаций

2.1. Определение справедливой стоимости $P_i(t)$ для i -ого выпуска облигаций на время t , а также интервала допустимых значений справедливой стоимости $[D_i(t); U_i(t)]$ основывается на применении каскада из трех методов, в соответствии с уровнем исходных данных:

- 1) метод рыночных цен (с использованием информации по сделкам по данному выпуску облигаций);
- 2) метод дисконтированного денежного потока (с использованием данных эмитента или бумаг аналогичной отрасли с аналогичным рейтингом);
- 3) метод индексного дисконтированного денежного потока (с использованием данных бумаг сектора с аналогичным рейтингом или индексов Московской Биржи).

Первый уровень оценки использует рыночный подход, второй и третий уровни используют доходный подход. Выбор одного из трех методов расчета справедливой цены определяется доступностью и степенью достоверности рыночной информации.

2.2. Первый уровень оценки – метод рыночных цен – применим, если в течение дня были совершены достоверные сделки с данной облигацией, по которым возможен расчет справедливой рыночной цены. В этом случае справедливая стоимость облигации определяется как медиана распределения цен достоверных сделок.

2.3. Второй уровень оценки – метод дисконтированного денежного потока – применим при отсутствии достоверных сделок по облигации в течение торгового дня, но наличии рыночной информации по выпускам эмитента или бумаг аналогичной отрасли и кредитного рейтинга. Для выпусков эмитента строятся кривые z-спреда. Затем справедливая цена облигации определяется дисконтированием денежных потоков по кривой бескупонной доходности Московской Биржи⁵.

2.4. Третий уровень оценки – метод индексного дисконтированного денежного потока – применяется, когда не применимы первый и второй уровни оценки. В таком случае для определения динамики z-спреда облигации используется информация по бумагам сектора с аналогичным рейтингом или индексам облигаций Московской Биржи. Справедливая цена также определяется дисконтированием денежных потоков по кривой бескупонной доходности Московской Биржи.

2.5. Управляющими параметрами Методики являются (значения управляющих параметров устанавливаются Методической рабочей группой и фиксируются в Приложении 1 к Методике):

⁵ На момент согласования Методики значения и параметры кривой бескупонной доходности (КБД) Московской Биржи публикуются на <https://www.moex.com/ru/marketdata/indices/state/g-curve/>

- a) Количество сделок S – граница применения дополнительной фильтрации с использованием исторических данных для метода рыночных цен;
- b) Объем сделок S_V – граница применения дополнительной фильтрации с использованием исторических данных для метода рыночных цен;
- c) Период экспирации данных по первому методу, т.е. максимально возможный период, данные которого можно использовать для фильтрации с использованием исторических данных;
- d) Параметр экспоненциального сглаживания θ_{issuer} ;
- e) Соотношение индексных шкал и индексов Московской Биржи;
- f) k – минимальное рассматриваемое количество дней истории в Методе рыночных цен;
- g) K_{max} – граница увеличения рассматриваемого периода истории в Методе рыночных цен в днях;
- h) N_{min} – минимальное количество сделок, необходимое для работы Метода рыночных цен;
- i) N_{max} – граница увеличения рассматриваемого периода истории в Методе рыночных цен в сделках.

3. Метод рыночных цен

- 3.1 Метод рыночных цен предназначен для определения справедливой цены облигации в случае, когда в течение дня с облигацией совершены 1 или более сделок, признанных достоверными. Если в течение торгового дня на основном или ином активном и доступном участникам рынка были зафиксированы достоверные сделки, то справедливая рыночная цена облигации рассчитывается как медиана распределения цен таких сделок.
- 3.2 Справедливая стоимость, рассчитанная по методу рыночных цен, соответствует ожидаемой цене по сделке характерного для данной облигации объема и не учитывает влияние объема, например, значительно превышающего средний дневной объем торгов.
- 3.3 На момент написания Методики основным рынком для облигаций с международными рейтингами является биржевой рынок. Информация о фактических сделках относится к первому уровню исходных данных.
- 3.4 Метод рыночных цен применяется для облигаций, для которых совершено 50 и более сделок.
- 3.5 Количество сделок S — граница применения дополнительной фильтрации с использованием исторических данных для метода рыночных цен — определяет, достаточно ли сделок с оцениваемым выпуском облигаций, чтобы определять достоверность заключенных сделок только по данным даты оценки. В случае, если сделок S или меньше либо объем сделок S_V или меньше, для фильтрации дополнительно используются исторические данные (данные последней даты оценки, на которую была рассчитана цена по методу рыночных цен). Если Методической рабочей группой не согласовано иное, минимальным количеством принимается S , минимальным объемом S_V
- 3.6 Пусть k – рассматриваемое количество календарных дней истории ($k \geq 1$), используемое для оценки параметров метода рыночных цен. Необходимо, чтобы в период $[T - k, T - 1]$ попало минимум N_{min} сделок, значение k выбирается как минимальный период в днях из количества доступных дней истории и минимального периода, в который одновременно попадает N_{max} сделок и K_{max} дней истории (при наличии такого периода); μ_t – справедливая рыночная цена t -го дня ($t \in [T - k; T - 1]$), V_{it} – объем i -ой сделки (в штуках) t -го дня.
- 3.7 Пусть сделки внутри дня распределены как:

$$p \sim f(p | \mu, \zeta^2, \alpha, V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta^2 + 2\alpha \ln(V+1)}} \exp\left(-\frac{\max(0, |p - \mu| - \alpha \ln(V+1))^2}{2\zeta^2}\right),$$

Цены дней распределены:

$$\mu \sim f(\mu | \mu_{pr}, \zeta^2, \alpha, \Sigma V, \Delta t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta^2 + 2\alpha\sqrt{\Delta t} \ln(\Sigma V + 1)}} \exp\left(-\frac{\max(0, |\mu - \mu_{pr}| - \alpha\sqrt{\Delta t} \ln(\Sigma V + 1))^2}{2\zeta^2}\right),$$

где μ – итоговая цена на дату оценки, μ_{pr} – итоговая цена за предыдущую дату оценки, Δt – количество календарных дней с даты оценки μ_{pr} , ΣV – суммарный объем за день, α – корректировка на объем. Алгоритм вычисления квантилей для распределений с плотностью f приведен в Приложении 3 к Методике.

Псевдодисперсия сделок внутри дня – отклонение сделок относительно справедливой цены μ_t на дату оценки:

$$\zeta_{\mu_t}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{K_t} w_{it} \max(0, |\mu_t - p_{it}| - \alpha \ln(V_{it} + 1))^2}{\frac{N-1}{N} \sum_{i=1}^{K_t} w_{it}},$$

Псевдодисперсия сделки:

$$\zeta_{it}^2 = w_{it} \zeta_{\mu_t}^2,$$

где V_{it} – объем i -ой сделки t -го дня; α – корректировка на объем, рассчитываемая для рассматриваемого дня T ; K_t – количество совершенных сделок внутри t -го дня; w_{it} – вес i -ой сделки дня t , рассчитываемый по формуле $w_{it} = \ln(V_{it} + 1)$. Значение w_{it} рассчитывается аналогично величине зависимости корректировки цены от объема, но в силу другого смысла данного показателя используется другое обозначение.

Псевдодисперсия справедливой цены:

$$\zeta_t^2 = \max(0, |\mu_t - \mu_{prev}| - \alpha\sqrt{\Delta t} \ln(V_t + 1))^2,$$

где V_t – сумма объемов сделок для t -го дня, $V_t = \sum_{i=1}^{K_t} V_{it}$; $prev$ – ближайший предшествующий дню t день, в который была цена 1-го метода; Δt – срок в календарных днях между t и $prev$.

3.8 Корректировка на объем находится путем минимизации логарифмической функции правдоподобия:

$$\ln L = \sum_{t=T-k}^{T-1} \sum_{i=1}^{K_t} \ln\left(\sqrt{2\pi w_{it} \zeta_{\mu_t}^2 + 2\alpha \ln(V_{it} + 1)}\right) + \sum_{t=T-k+1}^{T-1} \ln\left(\sqrt{2\pi \zeta_t^2 + 2\alpha\sqrt{\Delta t} \ln(V_t + 1)}\right),$$

при этом $\alpha \geq 0$.

3.9 Определим значение справедливой рыночной цены μ_T как результат минимизации⁶ следующего выражения внутри рассматриваемого дня T :

⁶ Процедура робастной минимизации представляет собой итерационный алгоритм цензурирования данных. На каждом шаге для всех сделок оценивается величина соответствующих членов функции правдоподобия. Сделки, для которых величина ошибки превышает $2.795 \cdot \sigma$ (где σ – стандартное отклонение ошибки модели) исключаются из рассмотрения на следующем шаге. Алгоритм цензурирования останавливается, если на очередном шаге не происходит отсеивания наблюдений

$$\sum_{i=1}^{K_T} \ln \left(\sqrt{2\pi w_{iT} \varsigma_{\mu_T}^2} + 2\alpha \ln(V_{iT} + 1) \right).$$

μ_T признается итоговым для дня T в том случае, когда все рассматриваемые сделки в данный день были признаны достоверными. В противном случае производится фильтрация: на каждом ее шаге недостоверные сделки отбрасываются, значение справедливой рыночной цены пересчитывается. Процесс фильтрации прекращается, если значение справедливой рыночной цены на текущем шаге фильтрации совпадает со значением, рассчитанным на предыдущем шаге, и если количество рассматриваемых сделок не уменьшилось. В том случае, если все сделки были признаны недостоверными, метод рыночных цен не применяется и данный выпуск оценивается в соответствии с методом дисконтированного денежного потока или методом индексного дисконтированного денежного потока, описанными в главе 4 и главе 5 Методики соответственно.

3.10 Сделка признается достоверной, если цена сделки не выходит за пределы коридора фильтрации:

$$p_{iT} \in [Q_1(f(p | \mu_T, \varsigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T)); Q_{99}(f(p | \mu_T, \varsigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T))],$$

где $f(p)$ – плотность распределения справедливой рыночной цены μ_T ; Q_1 и Q_{99} – 1% и 99% квантили распределения с плотностью f соответственно.

3.11 Если общее количество сделок или объем сделок, оставшихся в результате предыдущего шага фильтрации, в рассматриваемый день меньше S и S_V соответственно, то для установления достоверности сделки кроме описанного в пункте 3.10 Методики условия добавляется требование относительно справедливой рыночной цены предыдущего рассматриваемого дня:

$$p_{iT} \in [Q_1(f(p | \mu_{prev}, \varsigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T)); Q_{99}(f(p | \mu_{prev}, \varsigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T))].$$

3.12 Среди сделок, признанных недостоверными, исключается из расчета сделка с наибольшим расстоянием цены до интервалов, указанных в пунктах 3.10 и 3.11. Методики. Затем ищется новое значение справедливой цены μ_T , оставшиеся сделки проверяются на достоверность. Процесс повторяется до признания всех оставшихся сделок достоверными, либо признания всех сделок недостоверными.

3.13 Итоговая цена на дату оценки T определяется как:

$$P_1(T) = Q_{50}(f(p | \mu_T, \varsigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T)).$$

3.14 Коридор достоверности цены определяется как:

$$[D_1(T); U_1(T)] = [Q_{2.5}(f(p | \mu_T, \varsigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T)); Q_{97.5}(f(p | \mu_T, \varsigma_{\mu_T}^2, \alpha, V_T))].$$

4. Метод дисконтированного денежного потока

4.1 Метод применяется для определения цены облигации в случае, когда на дату оценки отсутствуют сделки или параметры имеющихся сделок не позволяют признать их достоверными, но есть рыночные данные по выпускам данного эмитента или бумагам аналогичной отрасли с аналогичным

рейтингом.

4.2 Справедливая цена облигации рассчитывается дисконтированием денежных потоков по кривой бескупонной доходности Московской Биржи с использованием наблюдаемого z -спреда. Для оценки наблюдаемого z -спреда используется кривая эмитента, построенная по методу Нельсона-Сигеля-Свенсона. При отсутствии данных по бумагам эмитента для построения кривой используются данные аналогичных облигаций – облигаций из той же рейтинговой группы и отрасли.

4.3 Если для эмитента в прошлом наблюдались оценки по методу рыночных цен, котировки или фиксинги, то для данного эмитента рассчитывается исторический спред кривой эмитента к индексам облигаций Московской Биржи (в соответствии с Приложением 1 к Методике) соответствующей рейтинговой группы путем экспоненциального сглаживания наблюдавшихся спредов с параметром θ_{issuer} . В случае смены рейтинга и отсутствия наблюдений по эмитенту в течение месяца исторические спреды корректируются на разницу между медианными спредами из рейтинговых групп, между которыми перешел эмитент.

4.4 Для каждого эмитента строится кривая z -спредов Нельсона-Сигеля-Свенсона на дату t :

$$z_t^{NSS}(\tau) = l_t + s_t \cdot \frac{\lambda_t}{\tau} \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\lambda_t}\right)\right) + c_t \cdot \left(\frac{\lambda_t}{\tau} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\lambda_t}\right)\right) - \exp\left(-\frac{\tau}{\lambda_t}\right)\right) + h_t \cdot \left(\frac{\lambda_t + \eta_t}{\tau} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\lambda_t + \eta_t}\right)\right) - \exp\left(-\frac{\tau}{\lambda_t + \eta_t}\right)\right),$$

где τ – срок до погашения или ближайшего опциона (в годах)⁷. Набор параметров $\{l_t, s_t, c_t, \lambda_t, h_t, \eta_t\}$ строится с помощью алгоритма фильтра Калмана, описанного в Приложении 5 к Методике с учетом дополнений, внесенных в Методику определения стоимости еврооблигаций Правительства РФ. С тем различием, что внутренним состоянием кривой является не вектор дисконт-факторов на сетке срочностей, а параметры модели. Формулы, описывающие динамику параметров и их ковариаций во времени приведены в Приложении 6 к Методике.

4.5 В зависимости от наличия рыночных данных выбирается кривая, по которой рассчитывается z -спред z^{NSS} оцениваемой бумаги:

4.5.1 Если на дату оценки имеется хотя бы одна котировка по бумагам эмитента, то выбирается кривая эмитента;

4.5.2 Иначе, если имеются котировки по бумагам аналогичной отрасли с аналогичным рейтингом, то выбирается кривая по рейтинговой группе;

4.5.3 В противном случае 2-й метод не работает.

4.6 Итоговый z -спред определяется следующим образом.

4.6.1 Если в течение последних 14 дней по облигации были цены 1-го метода, то z -спред на дату оценки:

$$z_T = z_{T-k}^1 + (z_T^{NSS} - z_{T-k}^{NSS}),$$

где k – количество календарных дней между датой оценки и ближайшим к дате оценки днем, в который была цена 1-го метода;

z_{T-k}^1 – z -спред 1-го метода в ближайший к дате оценки день, когда была цена 1-го метода;

4.6.2 Если в течение последних 14 дней по облигации не было цен 1-го метода, то z -спред на дату оценки:

⁷ Расчет τ производится в соответствии с конвенциями, принятыми для валюты, в которой номинирована оцениваемая облигация. https://en.wikipedia.org/wiki/Day_count_convention

$$z_T = \frac{\min(\max(k - 14, 0), 16)}{16} \cdot z_T^{NSS} + \frac{\max(\min(30 - k, 16), 0)}{16} \cdot (z_{T-k}^1 + (z_T^{NSS} - z_{T-k}^{NSS})).$$

4.7 Для определения границ достоверности z -спреда строятся кривые по ценам верхней и нижней границ достоверности 1-го метода, high и low ценам⁸. Таким образом границы z -спреда:

$$z_T^{upper}(\tau) = z_T^{NSS,upper}(\tau), \quad z_T^{lower}(\tau) = z_T^{NSS,lower}(\tau).$$

4.8 Выбор рейтинга оцениваемой бумаги производится в соответствии со Шкалой НРД из Приложения 4 к Методике. Выбирается наиболее консервативный рейтинг из рейтингов эмиссии, при отсутствии рейтингов эмиссии аналогично выбирается наиболее консервативный из рейтингов эмитента, затем гаранта.

4.9 Цена облигации по методу дисконтированного денежного потока рассчитывается как:

$$P_2(T | z_T) = \sum_i CF_i \exp(-(r(\tau_i) + z_T) \cdot \tau_i) - AI,$$

где CF_i – i -ый денежный поток по облигации, $r(\tau_i)$ – ставка дисконтирования на время τ_i в годах до выплаты денежного потока, рассчитанная по кривой бескупонной доходности Московской Биржи, AI – накопленный купонный доход по облигации.

4.10 Коридор достоверности цены определяется через цены, полученные из соответствующих z -спредов (z_T^{upper}, z_T^{lower}):

$$[D_2(T); U_2(T)] = [P_2(T | z_T^{upper}), P_2(T | z_T^{lower})].$$

5. Метод индексного дисконтированного денежного потока

5.1 Метод индексного дисконтированного денежного потока применяется для определения цены облигации в случае, когда невозможно определение цены по методу рыночных цен или методу дисконтированного денежного потока. В методе используются все данные 2-го метода, данные по выпускам бумаг аналогичного сектора и аналогичного рейтинга, индексы облигаций Московской Биржи. Все бумаги делятся на следующие сектора: государственные, муниципальные, банки, корпоративные.

5.2 В качестве аппроксимации широкого рынка используются облигационные индексы (индексы доходностей), которые на ежедневной основе рассчитывает ПАО Московская биржа. Выбор конкретных индексов определяется Приложением 1 к Методике. Привязка облигаций к конкретным индексам производится в рамках сопоставления следующих характеристик финансовых инструментов:

- дюрация
- уровень кредитного качества (кредитный рейтинг)

Таким образом, каждой облигации на основании её кредитного рейтинга (при отсутствии рейтинга эмиссии берется рейтинг гаранта или эмитента) и дюрации для каждого торгового дня присваивается соответствующий ей индекс доходности $\tilde{I}(t)$.

⁸ Список используемых источников раскрывается на <https://nsddata.ru/ru/documents> в разделе «Ценовой центр НРД»

5.3 На дату T , когда не наблюдается достаточно рыночных данных (в соответствии с критериями, установленными в главе 4 Методики по оцениваемой бумаге, бумагам эмитента и аналогичным облигациям, берется состояние кривой на дату t_{last} , когда была построена кривая в рамках метода дисконтированного денежного потока, и обновляется по наблюдениям z -спредов. Состояние z -кривой обновляется с использованием фильтра Калмана аналогично обновлению z -кривой во 2-м методе с той разницей, что используются другие источники наблюдений z -спредов. Наблюдения z -спредов используются в соответствии со следующим приоритетом:

5.3.1 z -спреды бумаг соответствующего сектора и рейтинга

5.3.2 z -спреды индексов облигаций Московской Биржи (в соответствии с Приложением 1 к Методике) с добавлением спредов, рассчитанных в соответствии с пунктом 4.3. Методики.

5.4 Итоговый z -спред и границы достоверности определяются аналогично методу дисконтированного денежного потока.

5.5 Верхняя и нижняя границы z -спредов индексов определяются как квантили 97.5% и 2.5% нормального распределения с σ равной исторической месячной волатильности индекса⁹.

5.6 Цена облигации по методу индексного дисконтированного денежного потока рассчитывается как:

$$P_3(T | z_T) = \sum_i CF_i \exp(-(r(\tau_i) + z_T) \cdot \tau_i) - AI,$$

где CF_i – i -ый денежный поток по облигации, $r(\tau_i)$ – ставка дисконтирования на время τ_i

в годах до выплаты денежного потока, рассчитанная по кривой доходности облигаций РФ, AI – накопленный купонный доход по облигации.

5.7 Коридор достоверности цены определяется через цены, полученные из соответствующих z -спредов (z^{upper}, z^{lower}):

$$[D_3(T), U_3(T)] = [P_3(T | z_T^{upper}), P_3(T | z_T^{lower})].$$

6. Модель учета опционов и досрочных погашений

6.1 В случае оценки бессрочных облигаций, или других облигаций, оценка которых требует учета полного потока платежей с учетом опционов и досрочных погашений в соответствии с решением рабочей группы, используется модифицированный алгоритм дисконтированного потока платежей. При оценке используются все определенные будущие опционы и досрочные погашения. В иных случаях используется оценка до погашения или ближайшего опциона.

6.2 Дисконтирование денежного потока происходит рекурсивно с последнего известного опциона или досрочного погашения до даты оценки.

6.3 Для опционов call вычисляется форвардная цена будущего потока платежей:

⁹ Волатильность вычисляется по формуле оценки скорректированного стандартного отклонения выборки (см. https://en.wikipedia.org/wiki/Standard_deviation#Corrected_sample_standard_deviation)

$$FV(t = t_{call}^i) = \min \left(\text{strike}_{call}^i, \sum_{t_k < t^{i+1} \& t_k > t_{call}^i} CF(t_k) \cdot d(t^i \rightarrow t_k) + FV(t^{i+1}) \cdot d(t^i \rightarrow t^{i+1}) \right).$$

6.4 Для опционов put вычисляется форвардная цена будущего потока платежей:

$$FV(t = t_{put}^i) = \max \left(\text{strike}_{put}^i, \sum_{t_k < t^{i+1} \& t_k > t_{put}^i} CF(t_k) \cdot d(t^i \rightarrow t_k) + FV(t^{i+1}) \cdot d(t^i \rightarrow t^{i+1}) \right).$$

6.5 Итоговая цена вычисляется следующим образом:

$$PV = \sum_{t_k < t^1} CF(t_k) \cdot d(0 \rightarrow t_k) + FV(t^1) \cdot d(0 \rightarrow t^1).$$

6.6 Где t_{call}^i – дата опциона, strike_{call}^i – цена исполнения опциона, t_k – даты будущих выплат, $d(\tau \rightarrow t)$ – форвардный дисконт между датами τ и t .

6.7 Дополнительно при оценке бессрочных облигаций, или других облигаций, оценка которых требует учета дополнительного риска по отношению к другим бумагам эмитента в соответствии с решением рабочей группы, рассчитывается поправка к кривой z -спредов, получаемой по Методам дисконтированного денежного потока и индексного дисконтированного денежного потока:

6.7.1 В случае наличия исторических наблюдений кривой z -спредов, построенной по 2-му методу, и оценок 1-го метода для оцениваемой облигации поправка рассчитывается как средняя разница значения

$$z^{NSS}(t) - z_{bond},$$

где t – срочность выпуска.

6.7.2 Иначе, в случае наличия рейтинга эмиссии поправка рассчитывается как разница между медианными спредами рейтинговой группы эмитента и рейтинговой группы, соответствующей рейтингу эмиссии.

6.7.3 В случае отсутствия рейтинга эмиссии поправка рассчитывается как средняя поправка из пунктов 6.7.1 и 6.7.2 Методики по всему рынку на текущую дату.

Приложение 1

Значения управляющих параметров Методики

- a) Количество сделок S – граница применения дополнительной фильтрации с использованием исторических данных для метода рыночных цен. Если иное не согласовано Методической рабочей группой, $S = 5$.
- b) Объем сделок S_V – граница применения дополнительной фильтрации с использованием исторических данных для метода рыночных цен. Если иное не согласовано Методической рабочей группой, $S_V = 500\,000$ руб.
- c) Период экспирации данных по первому методу, т.е. максимально возможный период, данные которого можно использовать для фильтрации с использованием исторических данных.
Если иное не согласовано Методической рабочей группой – 14 календарных дней.
- d) Параметр экспоненциального сглаживания θ_{issuer} . Если иное не согласовано Методической рабочей группой, $\theta_{issuer} = 0.9$.
- e) k – минимальное рассматриваемое количество дней истории в Методе рыночных цен. Если иное не согласовано Методической рабочей группой, $k = 1$.
- f) K_{max} – граница увеличения рассматриваемого периода истории в Методе рыночных цен в днях. Если иное не согласовано Методической рабочей группой, $K_{max} = 30$.
- g) N_{min} – минимальное количество сделок, необходимое для работы Метода рыночных цен. Если иное не согласовано Методической рабочей группой, $N_{min} = 50$.
- h) N_{max} – граница увеличения рассматриваемого периода истории в Методе рыночных цен в сделках. Если иное не согласовано Методической рабочей группой, $N_{max} = 100$.
- i) Соответствие рейтинговых шкал и индексов Московской Биржи для различных провайдеров данных:

| Рейтинг эмитента | Дюрация облигации | | |
|------------------|-------------------|--------------|------------------------------|
| | 0-1 год | 1-3 года | более 3 лет |
| AAA | RUCBITR1Y | RUCBITRBBB3Y | RUCBITRBBB5Y |
| AA+ | RUCBITR1Y | RUCBITRBBB3Y | RUCBITRBBB5Y |
| AA | RUCBITR1Y | RUCBITRBBB3Y | RUCBITRBBB5Y |
| AA- | RUCBITR1Y | RUCBITRBBB3Y | RUCBITRBBB5Y |
| A+ | RUCBITR1Y | RUCBITRBBB3Y | RUCBITRBBB5Y |
| A | RUCBITR1Y | RUCBITRBBB3Y | RUCBITRBBB5Y |
| A- | RUCBITR1Y | RUCBITRBBB3Y | RUCBITRBBB5Y |
| BBB+ | RUCBITR1Y | RUCBITRBBB3Y | RUCBITRBBB5Y |
| BBB | RUCBITR1Y | RUCBITRBBB3Y | RUCBITRBBB5Y |
| BBB- | RUCBITR1Y | RUCBITRBBB3Y | RUCBITRBBB5Y |
| BB+ | RUCBITR1Y | RUCBITRBB3Y | RUCBITRBB5Y |
| BB | RUCBITR1Y | RUCBITRBB3Y | RUCBITRBB5Y |
| BB- | RUCBITR1Y | RUCBITRBB3Y | RUCBITRBB5Y |
| B+ | RUCBITR1Y | RUCBITRB3Y | MAX(RUCBITRBB5Y, RUCBITRB3Y) |
| B | RUCBITR1Y | RUCBITRB3Y | MAX(RUCBITRBB5Y, RUCBITRB3Y) |
| B- | RUCBITR1Y | RUCBITRB3Y | MAX(RUCBITRBB5Y, RUCBITRB3Y) |

| | | | |
|-------------|-----------|------------|------------------------------|
| CCC+ | RUCBITR1Y | RUCBITRB3Y | MAX(RUCBITRBB5Y, RUCBITRB3Y) |
| CCC | RUCBITR1Y | RUCBITRB3Y | MAX(RUCBITRBB5Y, RUCBITRB3Y) |
| CCC- | RUCBITR1Y | RUCBITRB3Y | MAX(RUCBITRBB5Y, RUCBITRB3Y) |
| CC | RUCBITR1Y | RUCBITRB3Y | MAX(RUCBITRBB5Y, RUCBITRB3Y) |
| C | RUCBITR1Y | RUCBITRB3Y | MAX(RUCBITRBB5Y, RUCBITRB3Y) |

Приложение 2

Классификатор отраслей

- | № | Отрасль |
|----|--|
| 1 | Государство |
| 2 | Муниципалитеты |
| 3 | Банки |
| 4 | Горнодобывающие компании |
| 5 | Машиностроение |
| 6 | Металлургический |
| 7 | Нефтегазовый |
| 8 | Пищевая промышленность и с/х |
| 9 | Ритейл |
| 10 | Строительство |
| 11 | Телекоммуникации |
| 12 | Технологии |
| 13 | Транспорт |
| 14 | Финансовые сервисы |
| 15 | Химическая промышленность и минудобрения |
| 16 | Электроэнергетика |

Приложение 3

Для распределения с функцией плотности

$$f(p | \mu, \zeta^2, \alpha, V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta^2 + 2\alpha \ln(V+1)}} \exp\left(-\frac{\max(0, |p - \mu| - \alpha \ln(V+1))^2}{2\zeta^2}\right),$$

квантиль уровня q рассчитывается следующим образом:

1. Пусть $C = \sqrt{2\pi\zeta^2 + 2\alpha \ln(V+1)}$;
2. Пусть $\tilde{q} = \begin{cases} q, & q > 0.5 \\ 1 - q, & q \leq 0.5 \end{cases}$;
3. $CI = \begin{cases} \frac{C \cdot \tilde{q}}{2}, & \tilde{q} \leq \frac{2\alpha \ln(V+1)}{C} \\ \sqrt{2\zeta^2} \operatorname{erfinv}(z) + \alpha \ln(V+1), & \text{иначе} \end{cases}$, где erfinv – inverse error function, $z = \frac{C \cdot \tilde{q} - 2\alpha \ln(V+1)}{\sqrt{2\pi\zeta^2}}$;
4. Квантиль уровня \tilde{q} равен

$$Q_q = \begin{cases} \mu + CI, & q > 0.5 \\ \mu - CI, & q \leq 0.5 \end{cases}$$

В случае использования распределения с плотностью

$$f(\mu | \mu_{pr}, \zeta^2, \alpha, \Sigma V, \Delta t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\zeta^2 + 2\alpha\sqrt{\Delta t} \ln(\Sigma V + 1)}} \exp\left(-\frac{\max(0, |\mu - \mu_{pr}| - \alpha\sqrt{\Delta t} \ln(\Sigma V + 1))^2}{2\zeta^2}\right),$$

Вычисление квантиля производится аналогично с заменой $\ln(V+1)$ на $\Delta t \ln(V+1)$.

Приложение 4

Сопоставление шкал рейтинговых агентств

| № | FITCH, S&P | Moody's |
|----|------------|---------|
| 1 | AAA | Aaa |
| 2 | AA+ | Aa1 |
| 3 | AA | Aa2 |
| 4 | AA- | Aa3 |
| 5 | A+ | A1 |
| 6 | A | A2 |
| 7 | A- | A3 |
| 8 | BBB+ | Baa1 |
| 9 | BBB | Baa2 |
| 10 | BBB- | Baa3 |
| 11 | BB+ | Ba1 |
| 12 | BB | Ba2 |
| 13 | BB- | Ba3 |
| 14 | B+ | B1 |
| 15 | B- | B2 |
| 16 | B | B3 |
| 17 | CCC+ | Caa1 |
| 18 | CCC | Caa2 |
| 19 | CCC- | Caa3 |
| 20 | CC | Ca |
| 21 | C | |
| 22 | DDD | C |
| 22 | SD | |
| 22 | DD | |
| 22 | D | |

Приложение 5

Оценка базовой кривой доходности модели Смита-Уилсона

ТЕРМИНЫ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ:

База расчета — список государственных облигаций, данные о ходе торгов по которым используются для расчёта G-кривой.

Бескупонная доходность — доходность к погашению дисконтной облигации

Кривая бескупонной доходности (КБД) — зависимость бескупонной доходности от срока дисконтной облигации для однородных долговых обязательств; функция, задающая срочную структуру процентных ставок

Момент времени — число, равное количеству дней, прошедших от выбранной точки начала отсчета, выраженное в днях.

Срочная структура процентных ставок

Текущий момент времени, измеряется в годах

$$s$$

Момент в будущем, на который производится прогноз, измеряется в годах

$$t \geq s$$

Процентная ставка (бескупонная доходность, действующая в момент s на момент t)

$$r_s(t)$$

Коэффициент дисконтирования

$$D_s(t) = [1 + r_s(t)]^{t-s}$$

Непрерывная процентная ставка

$$y_s(t) = \frac{\log[D_s(t)]}{t - s}$$

Форвардная ставка (мгновенная)

$$f_s(t) = \frac{d}{dt}[y_s(t) \cdot (t - s)]$$

Предельная форвардная ставка, равная долгосрочному прогнозу номинальной ставки ^{10 11}

$$\omega = \log[(1 + (3.0 + 4.4)\%) = 7.14\%$$

Приведенный коэффициент дисконтирования

$$d_s(t) = e^{\omega(t-s)} D_s(t)$$

¹⁰ Консервативный долгосрочный прогноз МЭР (http://economy.gov.ru/minec/activity/sections/macro/prognoz/doc20131108_5) ожидаемой инфляции на 2030 год составляет 2.0%, умеренно-оптимистичный 2.2%, целевой 3.0%. ЦБ РФ установил целевой уровень инфляции на 2017 в 4.0% и планирует и дальше его удерживать

¹¹ Прогноз ЦБ реальной ставки процента http://www.cbr.ru/analytics/wps/wps_13.pdf

Функция ядра Z

Параметр скорости сходимости

$$\alpha = 0.05$$

Функция ядра

$$Z(u, v) = \alpha \min(u, v) - 0.5(e^{-\alpha|u-v|} - e^{-\alpha(u+v)})$$

Матрицы и векторы

Везде далее матрицы и векторы выделяются жирным шрифтом

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad a = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{bmatrix}$$

Операция транспонирования определена для матриц и векторов

$$A^* = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \dots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{n2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \quad a^* = [a_1 \quad a_2 \quad \dots \quad a_m]$$

Операции сложения матрицы или вектора со скалярной переменной являются поэлементными

$$A + b = \begin{bmatrix} a_{11} + b & a_{12} + b & \dots & a_{1n} + b \\ a_{21} + b & a_{22} + b & \dots & a_{2n} + b \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + b & a_{m2} + b & \dots & a_{mn} + b \end{bmatrix} \quad a + b = \begin{bmatrix} a_1 + b \\ a_2 + b \\ \vdots \\ a_m + b \end{bmatrix}$$

Операция сложения матрицы и вектора производятся <<повекторно>>

$$A + c = \begin{bmatrix} a_{11} + c_1 & a_{12} + c_1 & \dots & a_{1n} + c_1 \\ a_{21} + c_2 & a_{22} + c_2 & \dots & a_{2n} + c_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} + c_m & a_{m2} + c_m & \dots & a_{mn} + c_m \end{bmatrix}$$

Операции умножения матрицы на матрицу, вектор или скаляр определены канонически.

Скалярные операции, производимые поэлементно над компонентами матрицы или вектора, обозначаются квадратными скобками

$$\exp[a] = \begin{bmatrix} \exp(a_1) \\ \exp(a_2) \\ \vdots \\ \exp(a_m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{a_1} \\ e^{a_2} \\ \vdots \\ e^{a_m} \end{bmatrix}$$

Скалярные операции от двух переменных, производимые поэлементно над компонентами двух векторов, обозначаются квадратными скобками

$$F[a, b] = \begin{bmatrix} F(a_1, b_1) & F(a_1, b_2) & \dots & F(a_1, b_n) \\ F(a_2, b_1) & F(a_2, b_2) & \dots & F(a_2, b_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ F(a_m, b_1) & F(a_m, b_2) & \dots & F(a_m, b_n) \end{bmatrix}$$

Операция получения квадратной матрицы с диагональными элементами от вектора a обозначается

$$\text{diag}(\mathbf{a}) = \begin{bmatrix} \mathbf{a}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{a}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{a}_m \end{bmatrix}$$

Порядок формирования базы расчетов

В базы расчетов заведомо не включаются выпуски, содержащие не фиксированный размер или дату выплаты. Таким образом, для каждой бумаги из базы расчетов должны быть известны размеры всех купонных выплат (в том числе амортизаций и погашений), а также даты запланированных выплат.

В базе расчетов должны быть использованы выпуски, для которых частота одновременно наблюдаемых котировок со стороны заявок на продажу и со стороны заявок на покупку не меньше 80%. В модели используются данные соответствующих лучших цен. Если одна из цен не установлена, то цена на бумагу считается ненаблюдаемой. Из базы расчетов исключаются выпуски со сроком до погашения менее 30 дней.

Непараметрическая модель

Непараметрическая модель допускает две возможных поставки, результатом которых является описываемая форма кривой.

Функциональная постановка

В основе функциональной постановки лежат два базовых предположения относительно свойств (вида, формы) функции дисконтирования.

1. Кривая должна обладать определенной степенью гладкости.
2. Динамика кривой должна быть достаточно гладкой, то есть текущая кривая должна быть близка (в некотором смысле) к прогнозу, полученному на предыдущем шаге расчетов.

Оба требования к кривой могут быть формализованы в виде задачи минимизации в среднем взвешенной суммы квадратов второй и первой производных от невязки прогноза и текущего значения функции дисконтирования.

Помимо предположения о форме функции дисконтирования используется допущение о том, что наблюдаемые значения цен определены неточно.

Наблюдаемые цены не обязаны в точности совпадать с ценами теоретическими, рассчитанными по функции дисконтирования. Данное предположение может быть формализовано в виде задачи минимизации взвешенного квадрата невязки цен с использованием меры точности.

На каждом шаге расчета решается задача многокритериальной (двухкритериальной) оптимизации.

1. Первый критерий состоит в гладкости и сходимости кривой.
2. Вторым критерий состоит в близости наблюдаемых цен и теоретических цен.

Для решения задачи применяется метод множителей Лагранжа. В такой постановке задача допускает аналитическое решение, формальной записью которого является кривая описываемой непараметрической модели.

Вероятностная постановка

В основе вероятностной постановки лежит предположение о случайности поведения форвардной ставки.

Форвардная ставка представляется в виде двумерного стационарного Гауссовского случайного поля.

1. Первая переменная поля определяет момент времени, в который производится прогноз.

2. Вторая переменная определяет тот момент времени, на который производится прогноз.

При фиксированной первой переменной (что есть в некоторый заданный момент времени) форвардная ставка является Гауссовским процессом.

Относительно этого Гауссовского процесса делается предположение о том, что он является процессом Орнштейна-Уленбека, таким образом, подчиняется модели Вайсичека.

При фиксированной второй переменной делается предположение о том, что процесс, полученный в данном сечении, является броуновским движением. Наблюдаемые цены содержат случайную ошибку, являющуюся несмещенным белым шумом.

В каждый момент времени прогнозируемая форвардная кривая подчиняется модели Вайсичека, а динамика прогноза во времени является броуновским движением. Наблюдаемые цены содержат случайную несмещенную ошибку.

На основании данных предположений, а также допуская разложение функции дисконтирования в ряд Тейлора до линейного члена, строится вероятностная постановка, к которой в явном виде применим фильтр Калмана.

Обработка данных

Для расчета срочной структуры процентных ставок используется информация о заявках, поданных в Режиме основных торгов с выпусками, включенными в базу расчета.

Моментом фиксации заявок s_n является начало следующего (астрономического) часа внутри торгового дня.

Цены облигаций определяются после обработки последней сделки, совершенной до момента фиксации.

В момент s_n фиксируются активные заявки по каждому из выпусков, входящих в базу расчета. Если по некоторому выпуску i имеются заявки на покупку, то определяется цена покупки bid_i , как наибольший ценовой уровень заявок на покупку.

Аналогично фиксируется цена продажи ask_i , как наименьший ценовой уровень заявок на продажу.

Цена продажи и цена покупки выражаются в процентах от непогашенной части номинальной стоимости облигации и учитывают накопленный купонный доход.

В момент фиксации s_n выпуск считается ненаблюдаемым, если одна из двух цен отсутствует.

Для наблюдаемых выпусков расчет средней цены производится с использованием цены продажи и цены покупки

$$p_i = 0.5(ask_i + bid_i)$$

Для предыдущего торгового дня определяется дневной параметр меры точности выпуска, как медианное значение спреда в результате измерений предыдущего торгового дня:

$$m_i^{(prev\ day)} = 0.5(\text{median}(ask_i^{(prev\ day)} - bid_i^{(prev\ day)}))$$

На основании полученной в предыдущий момент фиксации цен s_{n-1} меры точности выпуска δ_i для выпуска i новая мера точности выпуска определяется с использованием экспоненциального фильтра с параметром $\theta = 0.95$

$$\delta_i = \theta \cdot \delta_i + (1 - \theta) \cdot m_i^{(prev\ day)}$$

Определяется мера точности наблюдаемой цены

$$q_i = \max(\delta_i, 0.5(ask_i - bid_i))$$

Матричное представление данных

На момент фиксации заявок

- Известно количество k выпусков, для которых наблюдаются цены. Все остальные выпуски в процедуре пересчета не участвуют.
- Для каждой облигации определена цена $p_i, i = 1 \dots k$. Упорядоченные цены облигаций образуют вектор цен p размерности $k \times 1$.
- Для каждой облигации определена мера точности $q_i, i = 1 \dots k$. Упорядоченные в соответствии с ценами облигаций элементы q_i образуют вектор меры точности q размерности $k \times 1$.
- Суммарное количество уникальных (без повторений) дат будущих выплат по всем облигациям равно m .
- Объединением всех дат выплат по всем облигациям обозначается $u_j, j = 1 \dots m$. Таким образом, для любого $j = 1 \dots m$ существует как минимум один выпуск с выплатой в момент u_j . Упорядоченные даты выплат образуют вектор u размерности $m \times 1$.
- Матрица выплат $C = [c_{ij}]$ размерности $m \times k$ задается поэлементно
 - a. Если для выпуска i на дату u_j не существует выплаты, то $c_{ij} = 0$;
 - b. Если для выпуска i на дату u_j существует выплата, c_{ij} равно величине данной выплаты по облигации, выраженной в процентах от непогашенной части номинальной стоимости облигации.

На момент фиксации цен s_n внешними входными переменными являются u, C, p_n, q_n .

Внутренними входными переменными являются

- вектор дат прогноза t ,
- предшествующий момент фиксации цен s_{n-1} ,
- вектор d_{n-1} приведенной функции дисконтирования в точках t ,
- ковариационная матрица R_{n-1} приведенной функции дисконтирования в точках t .

Инициализация внутренних входных переменных

- Расчет функции дисконтирования производится дискретно. Для реализации фильтра Калмана необходимо определить временную сетку t — вектор дат в будущем, для которого будет производиться расчет значений кривой. Размерность вектора равна $l \times 1$. Для получения достаточно точного результата желательно, чтобы в вектор входили все даты выплат по облигациям из базы расчета ($u \subset t$). Также желательно иметь как минимум один достаточно большой (более 50 лет) элемент сетки t для обеспечения точной интерполяции кривой в случае появления выпусков с дальними датами выплат.
- Начальный вектор приведенных коэффициентов дисконтирования d_0 размерности $l \times 1$ заполняется единицами.
- Начальная матрица ковариации R_0 размерности $l \times l$ заполняется нулями.
- Параметр s_0 определяется минимальным ($s_0 < s_1$) при условии, что рассчитанные модельные (теоретические) значения цен на первом шаге отличались от наблюдаемых цен не более, чем на

величину половины bid-ask спреда¹²:

$$|p_1 - C^*D_1[u]| \leq q_1$$

Постоянными входными параметрами являются α , ω и параметр сглаживания $\lambda = 1000$

Результатами работы процедуры пересчета кривой дисконтирования являются:

- вектор новых значений d_n приведенной функции дисконтирования в точках t ,
- новая ковариационная матрица R_n приведенной функции дисконтирования в точках t .

Расчет непараметрической модели

Приведенная матрица выплат на дату s_n определяется по формуле

$$Q_n = \text{diag}(\exp[-\omega(u - s_n)]) \cdot C$$

Ковариационная матрица ошибок имеет вид $N_n = \lambda \cdot \text{diag}(q)$

Ковариационная функция шага динамики имеет вид

$$M_n(t_1, t_2) = \frac{(s_n - s_{n-1})}{\alpha^2} \cdot Z(t_1 - s_n, t_2 - s_n)$$

Согласно непараметрической модели, уравнения шага динамики и измерения приведенной случайной функции дисконтирования $d_n(t)$ в момент s_n на произвольную дату t имеют вид¹³

$$\begin{cases} d_n(t) = 1 + d_{n-1}(t) - d_{n-1}(s_n) + v_n(t) \\ p_n = Q_n^* d_n[u] + e_n \end{cases}$$

с начальным условием $d_0(t) \equiv 1$. Случайные переменные имеют распределение

$$\begin{aligned} v_n(t) &\sim \mathcal{N}(0, M_n(t, t)) \\ e_n &\sim \mathcal{N}(0, N_n) \end{aligned}$$

Для расчета шага динамики фильтра Калмана используется интерполяция среднего приведенной функции дисконтирования $d_{n-1}(t)$ и ее ковариационной матрицы $R_{n-1}(t, t)$ на секте t по их дискретной аппроксимации d_{n-1} и R_{n-1} соответственно. Рассчитываются следующие значения:

$$d_{n-1}(s_n), R_{n-1}(s_n, s_n), R_{n-1}[t, s_n], R_{n-1}[s_n, t].$$

Шаг динамики состоит в вычислении прогноза вектора коэффициентов дисконтирования d_{n-0} и матрицы ковариации R_{n-0} по формулам

$$\begin{aligned} d_{n-0} &= 1 + d_{n-1} - d_{n-1}(s_n) \\ R_{n-0} &= R_{n-1} - R_{n-1}[t, s_n] - R_{n-1}[s_n, t] + R_{n-1}(s_n, s_n) + M_n[t, t] \end{aligned}$$

Аналогично для расчета этапа измерения фильтра Калмана используется интерполяция прогноза среднего приведенной функции дисконтирования $d_{n-0}(t)$ и ее ковариационной матрицы $R_{n-0}(t, t)$ на

¹² Модель предполагает, что производится предварительный расчет на исторических данных для более точной работы в будущем. Поэтому при наличии глубокой истории допускается произвольный выбор данного параметра при условии $s_1 - 60 < s_0 < s_1 - 1$

¹³ Данные формулы носят теоретический характер, в расчетах не применяются

секте t по их дискретной аппроксимации d_{n-0} и R_{n-0} соответственно. Рассчитываются следующие значения

$$d_{n-0}[\mathbf{u}], R_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{u}], R_{n-0}[\mathbf{t}, \mathbf{u}], R_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{t}].$$

Этап измерения состоит в вычислении вектора коэффициентов дисконтирования d_n и матрицы ковариации R_n по формулам

$$\begin{aligned} d_n &= d_{n-0} + R_{n-0}[\mathbf{t}, \mathbf{u}] Q_n [Q_n^* R_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{u}] Q_n + N_n]^{-1} (p_n - Q_n^* d_{n-0}[\mathbf{u}]) \\ R_n &= R_{n-0} + R_{n-0}[\mathbf{t}, \mathbf{u}] Q_n [Q_n^* R_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{u}] Q_n + N_n]^{-1} Q_n^* R_{n-0}[\mathbf{u}, \mathbf{t}] \end{aligned}$$

После фиксации цен в момент s_n для получения значений доходности на дату τ производится интерполяция функции $d_n(\tau)$ по её дискретной аппроксимации d_n , заданной в точках t . Откуда значение функции дисконтирования на моменты τ равно

$$D_n(\tau) = e^{-\omega(\tau-s_n)} d_n(\tau)$$

Значение бескупонной доходности, действующей в момент s_n на момент τ равно

$$r_n(\tau) = e^{-\omega} \cdot (d_n(\tau))^{(\tau-s_n)^{-1}} - 1.$$

Приложение 6

Кривая эмитента строится согласно модели Нельсона-Сигеля-Свенсона, в момент времени t z -спред на срочность τ может быть получен по следующей формуле:

$$z_t(\tau) = l_t + s_t \cdot \frac{\lambda_t}{\tau} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\lambda_t}\right)\right) + c_t \cdot \left(\frac{\lambda_t}{\tau} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\lambda_t}\right)\right) - \exp\left(-\frac{\tau}{\lambda_t}\right)\right) + h_t \cdot \left(\frac{\lambda_t + \eta_t}{\tau} \cdot \left(1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\lambda_t + \eta_t}\right)\right) - \exp\left(-\frac{\tau}{\lambda_t + \eta_t}\right)\right).$$

Вектор параметров кривой обновляются в каждый момент времени t , когда имеются наблюдения, в результате применения фильтра Калмана.

Матрица ковариации выглядит следующим образом:

$$cov_{NSS}(t) = \begin{pmatrix} cov(l_t, l_t) & \dots & cov(l_t, \eta_t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ cov(\eta_t, \eta_t) & \dots & cov(\eta_t, \eta_t) \end{pmatrix}.$$

При шаге времени δ элементы на главной диагонали переопределяются следующим образом:

$$\begin{aligned} cov(l_{t+\delta}, l_{t+\delta}) &= cov(l_t, l_t) + \delta \cdot z_{cov}, \\ cov(s_{t+\delta}, s_{t+\delta}) &= cov(s_t, s_t) + \delta \cdot z_{cov}, \\ cov(c_{t+\delta}, c_{t+\delta}) &= cov(c_t, c_t) + \delta \cdot z_{cov}, \\ cov(h_{t+\delta}, h_{t+\delta}) &= cov(h_t, h_t) + \delta \cdot z_{cov}, \end{aligned}$$

где $z_{cov} = \max(|z_t(\delta)|, |z_t(\lambda_t)|, |z_t(\eta_t)|)$,

$$\begin{aligned} cov(\lambda_{t+\delta}, \lambda_{t+\delta}) &= cov(\lambda_t, \lambda_t) + \delta \cdot \lambda_t^2, \\ cov(\eta_{t+\delta}, \eta_{t+\delta}) &= cov(\eta_t, \eta_t) + \delta \cdot \eta_t^2. \end{aligned}$$

Параметры состояния при шаге времени не меняются.

Отклонение полученного z -спреда на срочность τ от ожидаемого в момент времени t рассчитывается согласно выражению:

$$\delta z_t(\tau) = z_t^{market}(\tau) - z_t(\tau),$$

где $z_t^{market}(\tau)$ – z -спред, рассчитанный по бумагам соответствующего эмитента.

Приложение 7

Дополнительные параметры, рассчитываемые Ценовым центром НРД на основании предыдущих версий Методики определения стоимости рублевых облигаций

Для метода экстраполяции индексов

Расчет параметров для каждого уникального индекса осуществляется по всему имеющемуся набору наблюдений, которые отнесены к данному индексу, вне зависимости от того, к какому индексу относится облигация на момент расчета. При этом для конечного расчета цены используются коэффициенты того индекса, к которому было отнесено последнее наблюдение по данному инструменту.

Модель коинтеграции определяет долгосрочное равновесие между значениями доходности облигации и свойственным ей индексом доходности и задается следующим уравнением:

$$y_i(t) = \beta_i^0 + \beta^1 I(t) + \varepsilon_i(t),$$

где y_i – спред i –ой облигации к безрисковой ставке, который рассчитывается по формуле:

$$y_i(t) = Y_i(t) - G(t, Du_i(t));$$

$Y_i(t)$ - доходность i –ой облигации по средневзвешенной цене за день;

$G(t, Du_i(t))$ - значение ставки кривой бескупонной доходности рынка государственных облигаций;

$Du_i(t)$ – дюрация i –ой облигации;

$I(t)$ – спред облигационного индекса $\tilde{I}(t)$ к безрисковой ставке, который рассчитывается по формуле:

$$I(t) = \tilde{I}(t) - G(t, Du_I(t));$$

$Du_I(t)$ – дюрация индекса $\tilde{I}(t)$;

β_i^0 и β^1 коэффициенты модели (коэффициент β^1 одинаков для всех облигаций, связанных с индексом $\tilde{I}(t)$)

$\varepsilon_i(t)$ – стационарный процесс.

Для каждой i –ой облигации определяется волатильность σ_i ее доходности по формуле:

$$(\sigma_i)^2 = \frac{1}{M_i} \sum_{j=1}^{M_i} \frac{(y_i(\tau_i^{j+1}) - y_i(\tau_i^j))^2}{\tau_i^{j+1} - \tau_i^j} \quad (1)$$

где M_i – количество дней из 250 предыдущих торговых сессий, когда на бирже совершались сделки с i –ой облигацией,

$\{\tau_i^j\}_{j=1}^{M_i}$ – множество дней из 250 предыдущих торговых сессий, когда совершались сделки с i –ой облигацией.

Оценка коэффициентов β_1^0 и β^1 производится методом наименьших квадратов для регрессионного уравнения с использованием робастных методов оценивания¹⁴:

$$\frac{y_i(t)}{\sigma_i} = \sum_j \beta_j^0 \frac{1_{\{i=j\}}}{\sigma_i} + \beta^1 \frac{I(t)}{\sigma_i} + \varepsilon_i(t) \quad (2)$$

Наблюдения входят в расчет коэффициентов регрессии с весовыми коэффициентами ω_i :

$$\omega_i = Du_i(t),$$

где $Du_i(t)$ – дюрация i -ой облигации.

Модель коррекции ошибок определяет краткосрочную взаимосвязь между доходностями облигаций и облигационными индексами и для дискретного времени t (где t – день) задается уравнением:

$$y_i(t+1) - y_i(t) = \gamma(I(t+1) - I(t)) + \alpha\varepsilon_i(t) + v_i(t+1),$$

где $\varepsilon_i(t) = y_i(t) - \beta_1^0 - \beta^1 I(t)$,

$v_i(t)$ – нормально распределенные независимые случайные величины с нулевым средним и стандартным отклонением σ_i^v , т.е. $v_i(t) \sim N(0, (\sigma_i^v)^2)$.

Оценки параметров γ , α и σ получаются из регрессионного уравнения (3) методом наименьших квадратов с использованием робастных методов оценивания:

$$\frac{y_i(t+1) - y_i(t)}{\sigma_i} = \gamma \frac{I(t+1) - I(t)}{\sigma_i} + \alpha \frac{\varepsilon_i(t)}{\sigma_i} + \tilde{v}_i(t+1) \quad (3)$$

где $\tilde{v}_i(t+1)$ – независимые, одинаково распределенные случайные величины, $\tilde{v}_i(t) \sim N(0, \sigma^2)$;

в качестве оценки σ_i^v используется величина $\sigma_i^v = \sigma\sigma_i$;

Наблюдения входят в расчет коэффициентов регрессии с весовыми коэффициентами ω_i :

$$\omega_i = Du_i(t),$$

где $Du_i(t)$ – дюрация i -ой облигации.

Построение прогноза значений спредов $y_i(t)$ на произвольное целое количество дней вперед при условии наличия информации о значениях индекса $I(t)$ в соответствующие дни задается рекуррентным образом через значение прогноза на предыдущую дату следующей формулой:

$$\hat{y}_i(t+1) = \hat{y}_i(t) + \gamma(I(t+1) - I(t)) + \alpha(\hat{y}_i(t) - \beta_1^0 - \beta^1 I(t)) \quad (4)$$

¹⁴ Процедура робастного оценивания регрессионной модели представляет собой итерационный алгоритм цензурирования данных. На каждом шаге алгоритма методом наименьших квадратов рассчитываются коэффициенты регрессии по неотсеянным данным, после чего для всех наблюдений оцениваются ошибки модели. Наблюдения, для которых величина ошибки превышает $2.795 \cdot \sigma$ (где σ – стандартное отклонение ошибки модели) исключаются из рассмотрения при оценке параметров модели на следующем шаге. Алгоритм цензурирования останавливается, если на очередном шаге не происходит отсеивания наблюдений

при этом прогнозная величина будет иметь нормальное распределение с нулевым средним и дисперсией $\sigma_i(t+1)^2$, которая вычисляется рекуррентным образом через дисперсию прогноза на предыдущем шаге:

$$\sigma_i(t+1)^2 = (1+\alpha)^2 \sigma_i(t)^2 + (\sigma_i^v)^2 \quad (5)$$

$$\text{т.е. } y_i(t+1) \sim N(\hat{y}_i(t+1), \sigma_i(t+1)^2).$$

Прогнозы спреда облигации на дробное количество периодов задается формулой для непрерывного времени:

$$dy_i(t) = g dt + \lambda(y_i(t) - b_i^0 - b^1)dt + \sigma_i^w dW(t),$$

где $W(t)$ – броуновское движение.

Коэффициенты модели коррекции ошибки для непрерывного времени определяются через значения модели коррекции ошибки для дискретного времени:

$$\lambda = \ln(1+\alpha),$$

$$b_i^0 = \beta_i^0, \quad b^1 = \beta^1,$$

$$g = \beta^1 + \frac{\lambda}{\alpha}(\gamma - \beta^1),$$

$$\sigma_i^w = \sqrt{\frac{-2\lambda}{1-\exp(2\lambda)}} \sigma_i^v.$$

Прогноз спреда и волатильности облигации на основе модели коррекции ошибки с непрерывным временем рассчитывается по следующим формулам: для любого момента времени t внутри того же торгового дня, но лежащего после t_0 , т.е. $t > t_0$, прогноз спреда будет задаваться следующими рекуррентными соотношениями:

$$\hat{y}_i(t) = e^{\lambda(t-t_0)} \hat{y}_i(t_0) + \gamma(I'' - I') \frac{1-e^{\lambda(t-t_0)}}{1-e^\lambda} + (1-e^{\lambda(t-t_0)}) (\beta_i^0 + \beta^1 I(t_0)) + (I'' - I') \beta^1 \left(t - t_0 - \frac{1-e^{\lambda(t-t_0)}}{1-e^\lambda} \right) \quad (5)$$

$$\sigma_i(t)^2 = e^{2\lambda(t-t_0)} \sigma_i(t_0)^2 + \frac{1-e^{2\lambda(t-t_0)}}{1-e^{2\lambda}} (\sigma_i^v)^2 \quad (6)$$

где $\hat{y}_i(t_0)$ и $\sigma_i(t_0)$ уже оцененные значения среднего стандартного отклонения для прогноза спреда на момент времени t_0 (t_0 находится внутри некоторого торгового дня);

I' и I'' – значения соответствующего оцениваемой облигации индекса на начало и конец дня расчета (значение индекса на начало дня приравнивается к значению индекса на конец предыдущего торгового дня),

$$I(t_0) = I' + \frac{t_0 - t'}{t'' - t'} (I'' - I'),$$

t' , t'' - время начала и конца торговой сессии, соответственно.

Прогноз спреда на момент времени t облигации будет являться нормально распределенной случайной величиной $y_i(t) \sim N(\hat{y}_i(t), \sigma_i(t)^2)$

Для метода факторного разложения цены

В основе данного метода лежит модификация известной модели¹⁵ нобелевского лауреата Ю. Фамы и его соавтора К. Френча. Данная модель предполагает, что z -спред i -ой облигации в момент времени t можно представить в виде взвешенной суммы ряда факторов, которые или характеризуют общую конъюнктуру рынка облигаций, или отражают некоторые специфические характеристики эмиссии. При этом ценовая информация торгов анализируемой бумаги в явном виде не учитывается.

Для оценки z -спреда облигации используется модифицированная модель Фамы-Френча, представленная в виде следующего регрессионного соотношения:

$$z_i(t) = \beta_1 F_1(t) + \beta_2 F_2(t) + \beta_3 Risk_i^b(t) + \beta_4 1\{t - \tau_i < T\} + \beta_5 NHI_i(t) + \beta_6 IL_i^1(t) + \beta_7 IL_i^2(t) + \sum_{j=1}^N \varphi_j 1\{i \in j - \text{я отрасль}\} + \varepsilon \quad (19)$$

Где φ_j, β_k, b – коэффициенты модели, требующие предварительного оценивания,
 $1\{i \in j - \text{я отрасль}\}$ – фиктивная переменная, принимающая значения 1 или 0 в зависимости от того, принадлежит или не принадлежит эмитент i -ой облигации к j -ой отрасли¹⁶;
 $F_1(t)$ – первый фактор Фамы-Френча, характеризующий наклон кривой базовых ставок;
 $F_2(t)$ – второй фактор Фамы-Френча, характеризующий средний уровень кредитного риска корпоративных облигаций;
 $Risk_i^b(t)$ – фактор, характеризующий кредитный риск i -ой облигации;
 τ_i – дата размещения i -ой облигации;
 T – пороговый уровень для учета эффекта "on the run";
 $NHI_i(t)$ – индекс Херфиндала-Хиршмана для структуры владения облигацией;
 $IL_i^j(t)$ – факторы, характеризующие ликвидность i -ой облигации ($j = 1, 2$), основанные на концепции вмененной ликвидности;
 ε_i – ошибка регрессионной модели (случайная величина с распределением $N(0, \sigma^2)$).

Первый фактор Фамы-Френча, характеризующий наклон кривой базовых ставок, рассчитывается по формуле

$$F_1(t) = G(t, 10) - G(t, 1),$$

где $G(t, u)$ – базовая доходность в момент времени t на срок u .

Второй фактор Фамы-Френча, характеризующий средний уровень кредитного риска в сегменте корпоративных облигаций, рассчитывается по формуле

$$F_2(t) = MICEXCBITR(t) - G(t, 3),$$

где $G(t, u)$ – базовая доходность в момент времени t на срок u ,
 $MICEXCBITR(t)$ – индекс доходности корпоративных облигаций Московской Биржи.

Для оценки премии за кредитный риск $Risk_i(t)$ используются кредитные рейтинги «большой тройки».

¹⁵ Fama, Eugene F.; French, Kenneth R. (1993). "Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds". *Journal of Financial Economics* 33 (1): 3–56. doi:10.1016/0304-405X(93)90023-5

¹⁶ Классификация эмиссий по отраслям производится в соответствии с классификатором, представленным в Приложении 2 к Методике

С каждой градацией G рейтинговой шкалы связана вероятность дефолта PD . При этом известно, что шкалы международных рейтинговых агентств устроены таким образом, что логарифм вероятности дефолта линейно связан с номером градации рейтинговой шкалы:

$$\ln(PD) = a + bG$$

или $PD = \exp(a + bG)$,

где a и b – некоторые коэффициенты.

Пусть G_0 – «типичный» рейтинг российских эмитентов из корпоративного сектора рынка, тогда

$$\frac{PD}{PD_0} = e^{b(G-G_0)},$$

или

$$PD = PD_0 e^{b(G-G_0)},$$

где PD_0 – вероятность дефолта, свойственная рейтингу градации G_0 .

Как известно, грубой оценкой вероятности дефолта является спред облигации к базовой кривой процентных ставок, но величину спреда для «типичного» российского эмитента мы уже оценили – он равен второму фактору Фамы-Френча. Поэтому PD_0 с точностью до коэффициента пропорциональности задается величиной $F_2(t)$.

Следовательно, $PD \sim F_2(t) e^{b(G-G_0)} = F_2(t) e^{bG} e^{-bG_0}$.

Т.к. величина e^{-bG_0} является константой, то $PD \sim F_2(t) e^{bG}$.

Исходя из этих соображений и с учетом того, что премия за кредитный риск входит в факторную модель с точностью до коэффициента пропорциональности, а вероятность дефолта до погашения облигации примерно равна $Du_1 * PD$, премию за кредитный риск предлагается определить по формуле:

$$\text{Risk}_1^b(t) = F_2(t) Du_1 e^{bG},$$

где Du_1 - дюрация облигации.

Включение в явном виде спреда в расчет премии за риск позволит учесть влияние фазы экономического цикла на данную величину.

Оценка величины коэффициента b производится в рамках оценки общей совокупности параметров регрессионной модели на основе алгоритма Левенберга — Марквардта.

Для рынка облигаций свойственен так называемый эффект "on the run", когда облигации с относительно небольшим сроком после размещения торгуются более активно, что влияет на их доходности.

Для учета этого эффекта в факторную модель была добавлена фиктивная переменная $1\{t - \tau_1 < T\}$, принимающая значения 1 или 0 в зависимости от того, меньше или больше T дней прошло с момента размещения облигации.

Рекомендованное значение пороговой величины T - 120 торговых дней.

Для оценки премии за ликвидность факторной модели используется концепция вмененной ликвидности¹⁷. Оценка вмененной ликвидности производится на основе информации о структуре владения тестовых эмиссий, рассчитанной исходя из актуальных остатков на депозитарных счетах ОА НРД.

Определение ликвидности инструмента производится в три этапа:

1. Определяются размеры долей тестовых эмиссий, выкупленных отдельными инвесторами.
2. Для каждого такого инвестора определяется средний уровень ликвидности его портфеля (как усреднение показателей ликвидности тестовых бумаг, полученных на первом этапе методики)
3. Рассчитывается показатель ликвидности произвольной облигации как средневзвешенная сумма показателей ликвидности портфелей инвесторов.

Таким образом, оценка ликвидности бумаги производится на основе оценок предпочтений ликвидности покупателей этой бумаги. Основное достоинство использования данного подхода оценки ликвидности заключается в том, что он позволяет стандартным образом получить устойчивые оценки ликвидности фактически всех обращающихся на внебиржевом рынке ценных бумаг вне зависимости от наличия или отсутствия ценовой информации об истории их торгов.

Естественным показателем ликвидности облигации является степень диверсифицированности структуры ее владения. Чем большее число инвесторов владеет бумагой, тем больше оснований считать ее ликвидной.

Степень диверсификации структуры владения для i -ой облигации можно оценить с помощью индекса¹⁸ Херфиндала-Хиршмана, который определяется по формуле:

$$ННІ_i = \sum_{j=1}^K w_{ij}^2.$$

Заметим, что если облигация распределена равными долями между M инвесторами, то индекс Херфиндала-Хиршмана для такой облигации примет значение равное $1/M$. Если же облигация сосредоточена в руках одного инвестора, то $ННІ = 1$. Таким образом, чем меньше значение $ННІ$, тем выше ликвидность облигации.

На основе индекса $ННІ$ определим еще один индекс концентрации $ННІ_i^\delta$ по формуле:

$$ННІ_i^\delta = 1\{ННІ_i \geq \delta\}, \text{ где } 0 \leq \delta \leq 1.$$

Как видно из определения $ННІ_i^\delta$ он принимает всего два значения 1 или 0, в зависимости от того, выше или ниже порогового уровня δ индекс $ННІ_i$. С учетом того, что данный индекс мы хотим использовать в качестве характеристики ликвидности облигаций, его значения следует интерпретировать, как то, является или не является анализируемая бумага неликвидной. В реальных расчетах предлагается положить $\delta = \frac{1}{4}$. Пороговый уровень для определения «неликвидности» в виде $\frac{1}{4}$ был выбран после обсуждения с экспертами рынка, которые согласились с тем, что бумага может быть ликвидной, если с ней совершают операции хотя бы 3 участника рынка.

¹⁷ см. Bushman, Robert, Anh Le and Florin Vasvari (2009). "Implied Bond Liquidity", Working Paper, University of North Carolina at Chapel Hill

¹⁸ См. Hirschman, Albert O. (1964). "The Paternity of an Index". The American Economic Review. American Economic Association. 54 (5): 761. JSTOR 1818582

Определим для каждой i -ой бумаги два индекса вмененной ликвидности, отражающих предпочтения по ликвидности инвесторов в соответствующую бумагу.

$$IL_i^1 = \sum_{j=1}^K u_{ij} \text{ННІ}_j,$$

$$IL_i^2 = \sum_{j=1}^K u_{ij} \text{ННІ}_j^\delta.$$

Первый индекс IL_i^1 показывает средний уровень значения индекса ННІ в портфеле «типичного» инвестора в i -ую облигацию.

Второй индекс IL_i^2 показывает средний уровень значения индекса ННІ_i^δ в портфеле «типичного» инвестора в i -ую облигацию. При этом его также можно интерпретировать как долю заведомо неликвидных бумаг (со значением $\text{ННІ}_i \geq \frac{1}{4}$) в портфеле «типичного» инвестора в i -ую облигацию.

Индекс ликвидности ННІ_i призван учесть при определении справедливой стоимости облигации является ли она активно торгуемой или относится к категории облигаций, размещённых «в одни руки». Индексы ликвидности IL_i^1 и IL_i^2 предназначены для того, чтобы учесть в модели ликвидность бумаг, размещённых «в одни руки».

Оценка коэффициентов φ_j , β_k , b в регрессионном уравнении (5) производится на основе алгоритма Левенберга-Марквардта¹⁹, который является обобщением метода наименьших квадратов и применяется в том случае, когда объясняемая переменная в регрессионном уравнении нелинейно зависит от коэффициентов модели (в нашем случае от коэффициента b). Оценивание параметров модели производится на основе статистики наблюдений торгуемых на бирже z -спредов²⁰ облигаций с использованием робастных методов оценивания⁴. При этом наблюдения входят в расчет коэффициентов регрессии с весовыми коэффициентами ω_i :

$$\omega_i = Du_i (t)^2,$$

где $Du_i (t)$ – дюрация i -ой облигации.

Использование таких коэффициентов регрессии позволяет обеспечить равномерную точность оценки стоимостей облигаций во всем диапазоне дюраций.

Действительно, если через z_i обозначить наблюденное значение спреда, а \hat{z}_i ее оценку, на основе факторной модели, то метод наименьших квадратов заключается в минимизации взвешенной суммы квадратов разностей:

$$\sum \omega_i (z_i - \hat{z}_i)^2.$$

Откуда получаем, что

$$\sum \omega_i (z_i - \hat{z}_i)^2 = \sum (Du_i (z_i - \hat{z}_i))^2 \approx \sum \left(\frac{P_i - \hat{P}_i}{P_i} \right)^2,$$

где P_i и \hat{P}_i - наблюденные и оцененные на основе факторной модели стоимости облигаций.

¹⁹ См. Гилл Ф., Мюррей У., Райт М. Практическая оптимизация = Practical optimization. — М.: Мир, 1985

²⁰ В целях оценки регрессионных коэффициентов используются средневзвешенные цены за день

Именно использование весов ω_i позволяет нам обеспечить одинаковую точность оценки стоимостей для всех облигаций, которая характеризуется стандартным отклонением σ оцениваемой по формуле

$$\sigma^2 = \frac{\sum \omega_i (z_i - \hat{z}_i)^2}{n},$$

где n - количество наблюдений в выборке, на основе которой оцениваются коэффициенты регрессии.